

非線形システムにおける積分曲線決定に関する パーソナルコンピュータ利用について

* 堀 田 之 孝, 中 川 孝 之

緒 言

自然界に起る振動現象の大部分は非線形振動で、その振動の限ぎられた範囲内で特性の線形化を行い、線形振動を基礎とし、この組み合わせでこの振動を取り扱ったものが多く、解析的方法による一般的な解法は無い。したがって非線形振動に関する諸問題は、その都度、その解法は多様化しているので、種々の方法がある。

ここでは、一般に良く知られた油圧駆動系に生ずる Stick Slip 現象と、電気工学上良く知られた Van der Pol の式の解曲線等の例をあげ、従来用いられている方法の概略と、筆者等の提案するコンピュータ利用による方法についてのべる。例にあげる何れの現象もその動作方程式は、非線形微分方程式となり、ルエナールの作図法および拡張したこの方法により近似解を求めるうるが、何れの場合もその作図の手続が複雑であり、解は定性的で定量的には不十分である。しかし、この作図の概念を基礎として、この手続をコンピュータを利用し、XYプロッタ上で行なわせると、作図の場合より迅速に比較的な確な解がえられることがわかった。

この報告は、この考え方とその例についてのべたものである。

1. 二三の非線形微分方程式と図式解法の概念

まず、油圧駆動系の例として、油圧源、サービス弁、管路、ピストン、シリンダ、及び摩擦面上を運動する負荷からなる機械系を考える。系の動作方程式は、つぎに示す流量－圧力特性方程式と系の慣性負荷の方程式とで表される。ここで方程式中の各種パラメータの詳細な説明は省略する。これらの二式は

$$2A \frac{dx}{dt} + \beta G \frac{dP}{dt} = \alpha(\theta) \sqrt{P_s} \left(\rho - \frac{P}{P_s} \right) \quad (1) \quad \beta: \text{油の圧縮率} \quad G: \text{動作にあずかる油の全容積} \frac{1}{2}$$

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} + f \left(\frac{dx}{dt} \right) + F \frac{dx}{dt} = AP \quad (2) \quad M = M_0 + \frac{2A^2}{A_c^2} \left(\frac{\gamma L_c A_c}{g} \right), \quad F = \frac{16\pi\nu\gamma L_c A^2}{A_c^2 g}$$

と書ける。⁽¹⁾ この系の動作方程式は連立非線形微分方程式で、この解を位相平面 $V-P$ 面に求めるため、 $V = \frac{dx}{dt}$ とおいて、式(1)をつぎのように変形する

$$\frac{dP}{dt} = \frac{1}{\beta G} \left\{ \alpha(\theta) \rho \sqrt{P_s} - \frac{\alpha(\theta)}{\sqrt{P_s}} P - 2AV \right\} \quad (3)$$

* 東京芝浦電気KK

また、式(2)は

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{M} \{AP - f(V) - FV\} \quad (4)$$

となる。

式(3), (4)よりも t を消去して、変形すると

$$\frac{dP}{dV} = -\frac{2M}{\beta G} \frac{V + \frac{\alpha(\theta)}{2A\sqrt{P_s}} P - \frac{\alpha(\theta)}{2A} \sqrt{P_s}}{P - \frac{1}{A} \{FV + f(v)\}} \quad (5)$$

がえられる。

いま、Liénard の図式解法を用いるため、変数変換を行なって V の次元を P の次元に等しくしなければならない。そのためには、 $m = \sqrt{2M/\beta G}$ とし、 $V = V_1/m$ なる変数 $V_1(\text{kg/cm}^2)$ を用いる。この変数変換によって、式(5)はつぎのように書ける。

$$\frac{dP}{dV_1} = -\frac{V_1 + H_1(P)}{P - H_2(V_1)} \quad (6)$$

ここで

$$H_1(P) = \frac{m\alpha(\theta)}{2A\sqrt{P_s}} P - \frac{m\alpha(\theta)P}{2A} \sqrt{P_s} \quad (7)$$

$$H_2(V_1) = \frac{F}{mA} V_1 + \frac{1}{A} f\left(\frac{V_1}{m}\right) \quad (8)$$

である。

つぎに、図-1 に示す V_1-P 面上に二つの曲線 $V_1 = -H_1(P)$, $P = H_2(V_1)$ を書き、 V_1-P 面上の任意の点 A_1 を通り縦横軸にそれぞれ平行な線を引いて、これらが二曲線と交わる点をそれぞれ B_1 , C_1 とする。長方形 $A_1B_1C_1D_1$ の対角線 D_1A_1 に垂直な微小線分 A_1A_2 は、 A_1 を通る解曲線の点 A_1 を通る勾配をあたえる。つぎにこの勾配上に線分 A_1A_2 を求め、点 A_2 を定める。さらに A_2 点で A_1 点において求めたものと同様に A_2 を通る解曲線の勾配を求め、 A_3 を定める。以下このような作図を繰り返すことによって近似解曲線が求められる。

ここではこの手続きをパーソナルコンピュータを利用して行なうことにし、そのプログラムを付録-1 に示し、そしてこの演算例を3項において示す。

つぎに、図-2 の負性抵抗を含む LCR 回路において、この回路に流れる電流方程式は、キルヒホッフの法則から得られ、その式を変形すると、Van der Pol の式となる。すなわち、

$$R(i) = -r_0 + r_1 i + r_2 i^2 \quad r_0, r_2 > 0 \quad (9)$$

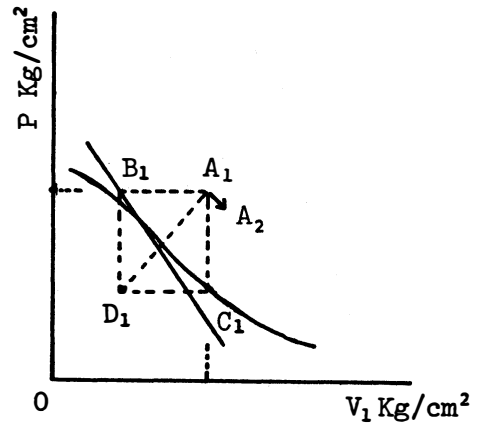


図-1 作図の原理

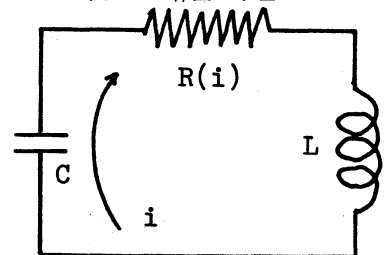


図-2 LCR回路

$$Li + R(i)i + \frac{1}{C} \int i dt = 0 \quad (10)$$

ここで $i = ax$ とし、両式を書きかえると、

$$\ddot{x} + \frac{1}{L}(-r_0 + 2a\alpha_1 x + 3a^2 r_2 x^2)\dot{x} + \frac{1}{LC}x = 0 \quad (11)$$

となり、さらに $t = \sqrt{LC}\tau$, $\sqrt{\frac{C}{L}}r_0 = \epsilon$,

$a = \sqrt{\frac{r_0}{3r_2}}$, および $a \frac{r_1}{r_0} = \beta$ とし、 $\frac{dx}{dt} = \dot{x}$ とおけば、

$$\ddot{x} - \epsilon(1 - 2\beta x - x^2)\dot{x} + x = 0 \quad (12)$$

$\epsilon > 0$

となる。ここで $\beta = 0$ となるとき、良く知られている Van der Pol の式となる。

次に、 $\dot{x} = y$ とおき式(12)を書きかえると、つぎのようになる。

$$\dot{x} \frac{dy}{dx} - \epsilon(1 - 2\beta x - x^2)\dot{x} + x = 0 \quad (13)$$

$$\frac{dy}{dx} = \epsilon(1 - 2\beta x - x^2) - \frac{x}{y} \quad (14)$$

式(14)についても、前と同様な作図法を用い解曲線を求めることができる。すなわち、前例のようにコンピュータを利用して、作図をするプログラムを付録-2に示す。またこの場合の演算例についてもまた3.2項でのべる。この場合、コンピュータ用プログラム作成のための流れ図は紙面の都合で省略する。

その他、CR発振器、flip-flop 現象は電気工学上の非線形振動の例として良く知られている。これらの動作状態に対する解析もまた、電気回路の性質から動作方程式が定まるので、同様な方法で動作状態を知ることができる。ここでは、これらの動作方程式に対する詳細な説明は省略し、あとで示すように、コンピュータによるこれらの式を吟味する都合からこれらの動作方程式の一般化方程式(15), (16), (17)および(18)で示す。

2. 流れ図とプログラム

2.1 Stick Slip 現象

コンピュータに用いるプログラムを作るための流れ図の略図を Stick Slip の例についてのみ示すと、

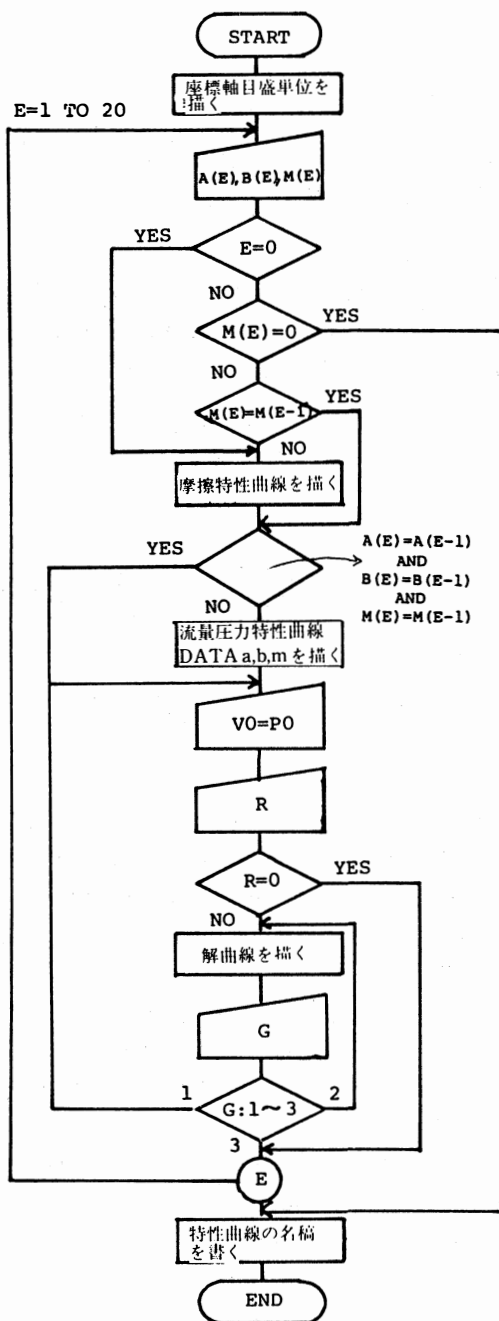


図-3

図-3で表わされる。この図にしたがって作成したプログラムを表示すると付録-1となる。

つぎに付録-1の行番号に注目して、その作業の大略を説明する。10-190横軸、縦軸を画き、縦座標の目盛数、及び圧力 $P(\text{kg/cm}^2)$ と、横座標目盛および速度 $V(\text{kg/cm}^2)$ とを画く。なおこの図面は、Lienard 法によることを表示する。200-260において、入力の設定と流量圧力特性と、摩擦特性曲線とを表示する。1000-1100は二次式(微小速度に対して)と三次式(比較的速度大に対して)とで摩擦特性を表わすことと、かつ計算範囲を指定する命令とである。1500-2080は流量圧力特性を一次式で近似した計算と、その範囲の指定をしている。2500-2550はデータ a, b, m の値を図面上において定めた位置に記録させる命令であり、さらにまた、4000-4500は流量圧力特性、及び摩擦特性を表わす曲線の表示を、それぞれの曲線上にプリントし、各曲線を区別するためのものである。付録-1 参照

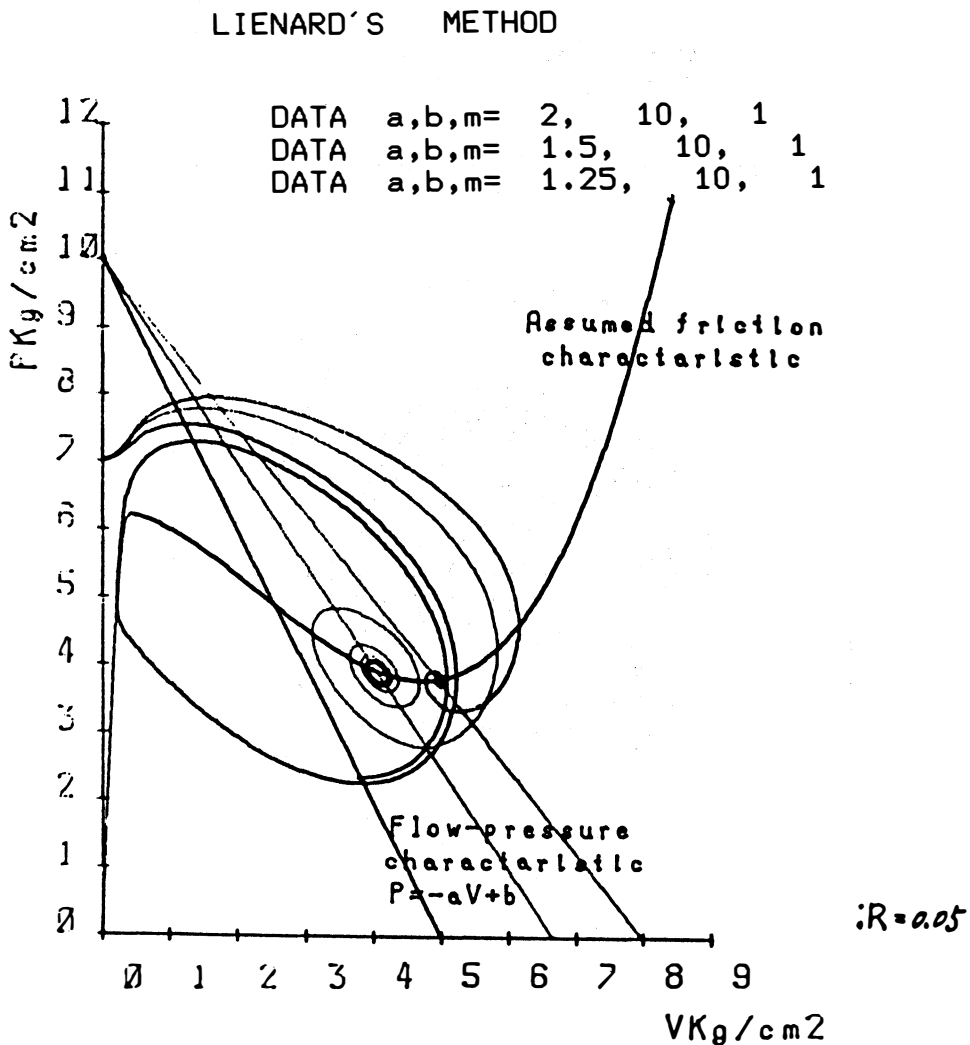
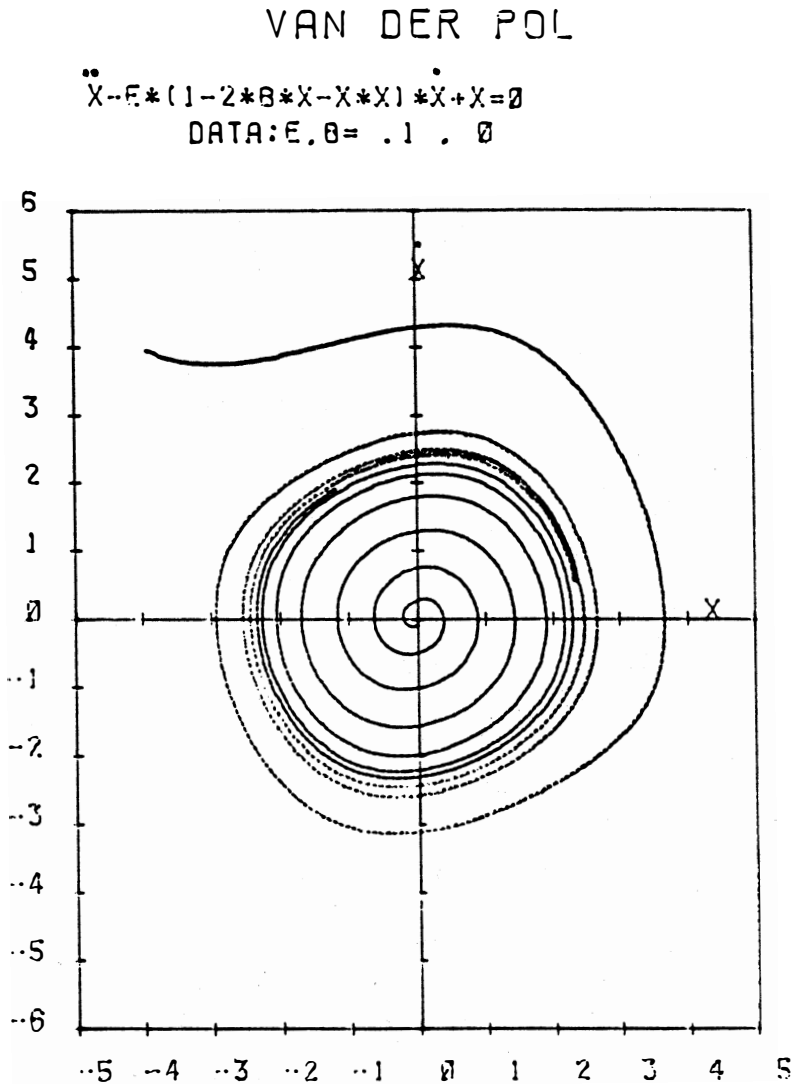


図-4 ルエナールの位相平面法にもとづく解曲線

さて、従来の解曲線を求める概念といちじるしく異なる行番号は、3010—3280までの行命令である。しかし、従来の概念による等傾斜曲線群を用い、解曲線を求めることも出来るが、この場合についてのプログラムは省略し、コンピュータによる等傾斜曲線群を求めたものも3項にまとめ図示する。この様な取り扱い方をすると、計算結果を得た後で、作図の作業が必要となるばかりでなく、精度も不十分であることは論ずるまでもない。

2. 2 Van der Pol の解曲線を求めるプログラム

この場合も2. 1項における 3000—3280 に示した解曲線作図の方法と同様な方法 (420—580は類似している)でVan der Pol の解曲線が求められる。図—5 から見て明らかなようにリミット



図—5 ファンデルポルの解曲線

サイクルの大きさは2より大きくなる。これは行番号420のRの値および ϵ の値の選び方によるもので、これらの値が小さくなればリミットサイクルの大きさが2に接近する。したがって、厳密には定性的な解曲線の特徴が迅速に求められるということで、定量的にはこの方法は、ある意味で欠点を有していると言わねばならない。

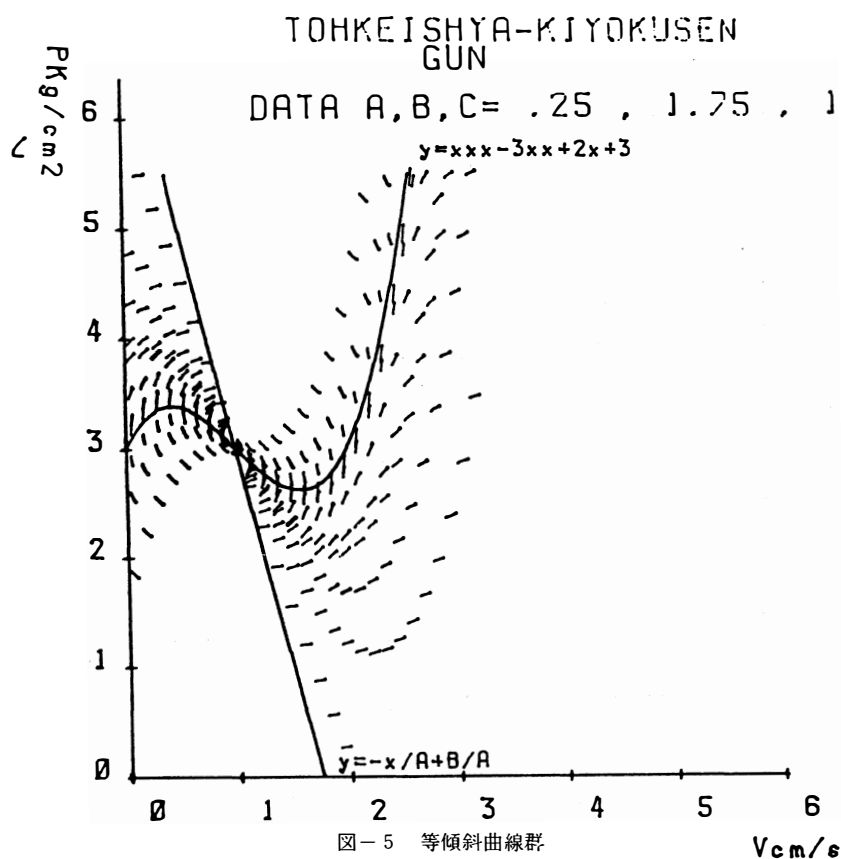
2. 3 その他の例

2. 2項で示したプログラム中420-と同様な方法によってCR発振器、およびflip flopの動作を位相平面上で取り扱う。すなわち、真空管又はトランジスタのそれぞれの電圧の状態変化を電圧であらわす平面上において考えられる。そのプログラムは付録-4, 5に示し、これらの系の状態の相対関係を表す図は、つぎの3項にまとめて記す。詳細な説明は省略する。

3. 演算例とその説明

3. 1 Stick Slip 現象について

図-4は、 $b=10$, $m=1$ とし、 a を2, 15, 及び1.25と変化させてXYプロッタ上に画いた位相面上の解曲線で、これらの図から流量、圧力特性曲線の勾配が大きい程、Stick Slipが生じやすく、この特性曲線勾配がゆるくなる程、振動性が減少し安定点に向う解曲線となることが定性的にわかる。この事に対する詳細な説明はすでに特異点近傍の摩擦勾配と特性曲線の勾配との関係によるものであることはすでにのべた。⁽¹⁾ここではコンピュータを利用した解曲線についてのみ図示する。又図-5は等傾斜曲線群を求めたものである。この場合のパラメータの値は、それぞれ図面上に記した。



3. 2 Van der Pol のリミットサイクル

式(14)に注目し、Stick Slip の場合と類似の方法によるプログラムは、付録- 2, 3 である。行番号 450-580 までが、前の 3. 1 項でのべた、3000-3280 に対応して、ルネナールの作図法の概念を使用している。

次に演算例として、(a) $\epsilon=0.1$, $\beta=0$ として XY プロッタを用いたものと (図-5 参照) (b) $\epsilon=0.5$, $\beta=1$ としてディスプレイ上に表したものと、プリンタを用いて記録した (図-6) 二つの例を示す。どの例についても原点から十分はなれた位置を初期条件とした解は、原点のまわりに考えられるリミットサイクルに収斂し、原点近傍の位置を初期条件とした解は、原点 (不安定点とし) のまわりを発散しながらリミットサイクルの収斂する。特に、(a) の場合、リミットサイクルの大きさは、 ϵ が小さいとき原点を中心とした半径 2 なる円に接近する傾向がうかがわれる。このことは良く知られていることである。

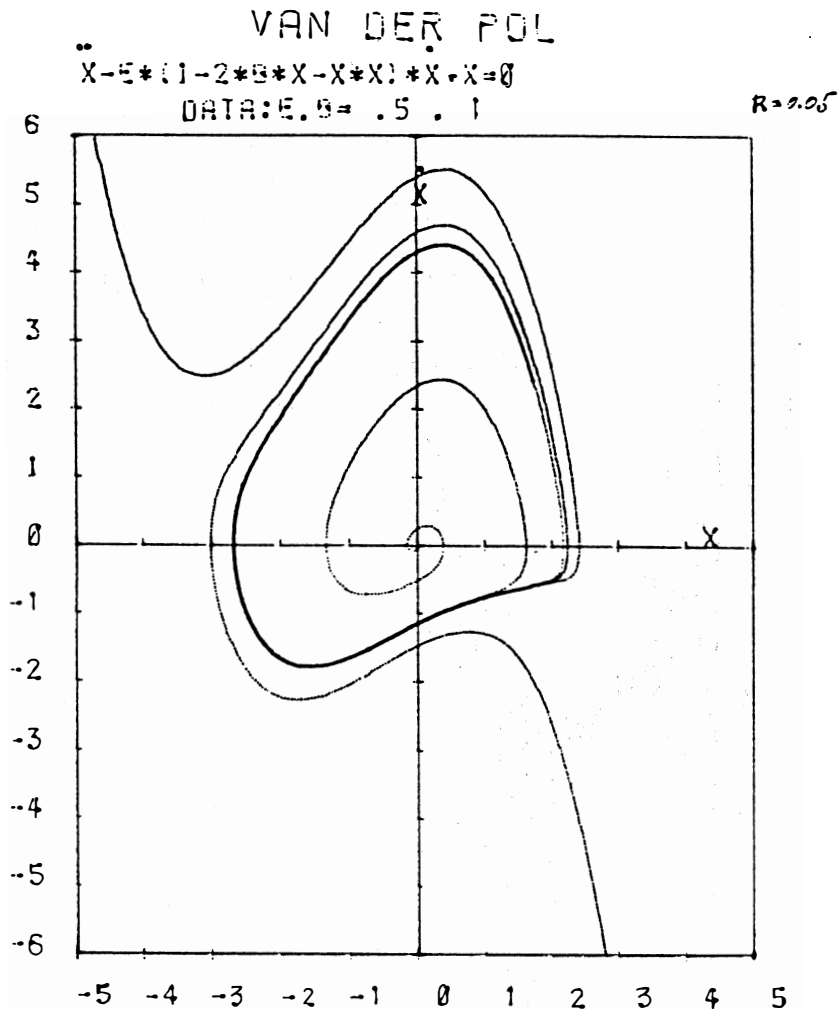


図-6 ファンデルポールの解曲線

3. 3 その他の例

3. 1, 3. 2の各項で示したように, ルェナールの作図法の原理を拡張した方法を用い, CR発振器, および flip flop 現象にも適用できる。この場合は位相平面として, 横軸, 縦軸に使用する二つの真空管電圧の値をあたえることになる。この場合にはそれぞれの系の動作方程式は, 一般的な式で表わすと,

$$\frac{du_2}{dt} = u_1 + \beta R f(u_2) - E \quad (15)$$

$$\frac{du_1}{dt} = u_2 + \beta R f(u_1) - E \quad (16)$$

および

$$\frac{du_2}{dt} = u_2 + \beta R f(u_1) - E \quad (17)$$

$$\frac{du_1}{dt} = u_1 + \beta R f(u_2) - E \quad (18)$$

となるように, 動作方程式を一般式に変換後⁽²⁾, この取り扱いを行なうことになる。ここではこの取り扱いおよび, プログラムは, 3. 1, 3. 2の取り扱い方と同様なので, 省略し演算結果の図-7, および図-8のみを示す。すなわち, これらの解曲線は, $E=1$, $\beta R=1$, および $f(u_1)=(u_1+1)^3$, $f(u_2)=(u_2+1)^3$ として求めたものである。(附録4, 附録5参照)

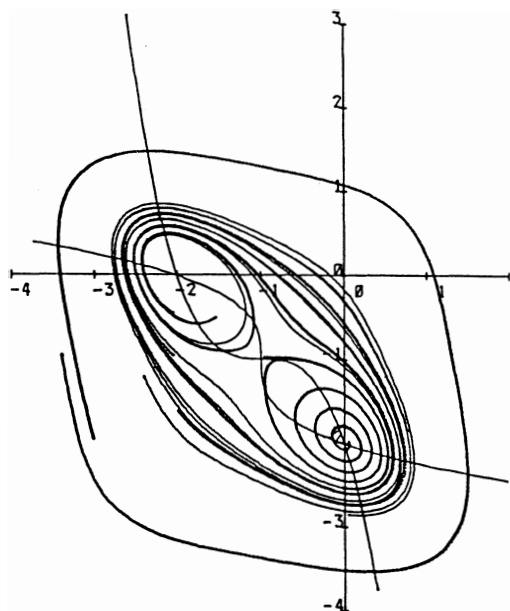


図-7 解曲線

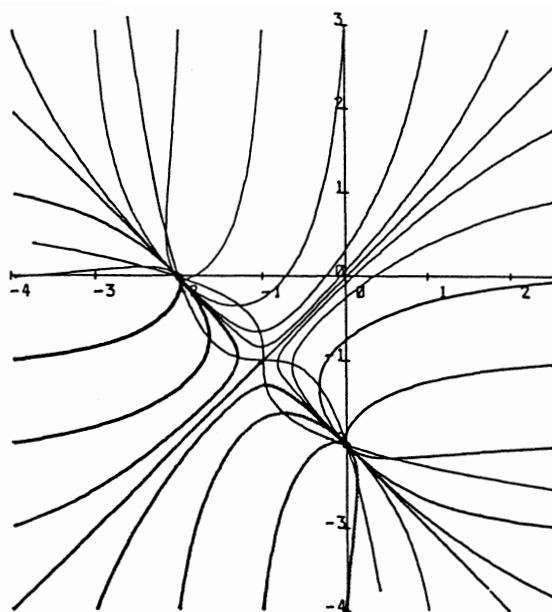


図-8 解曲線

4. 総 括

非線形微分方程式で表わされる機械工学上の問題も、電気工学上の問題に対しても、現象に関するパラメータの関数関係を用いて、それらの方程式が座標系の拡大、または縮小が可能である場合、この方程式は簡単な形となり、パーソナルコンピュータで取り扱うことが容易となる。そして演算の結果を状態平面（位相平面）上に図示しうることを示した。この事はこれらの諸問題をきわめて短時間にその傾向が明らかになるので、研究上パーソナルコンピュータは大変有難い道具と考えられる。

さらに、座標系の回転等を考慮した方程式についての問題と、計算結果の精度に関する考察とは、十分行っていないので、今後の問題としたい。

参 考 文 献

- (1) 明石, 中川, 大住, : 機械学会論文集, c, 45, 390, p195, (昭54-2).
- (2) A. A. ANDRONOV, A. A. VITT and S. E. KHAIKIN: THEORY of OSCILLATORS, P.305, PERGAMON PRESS, (1966).

```

10 OPEN "CON:E72XS" FOR OUTPUT AS #1
20 PRINT #1, "M 400,200" :PRINT #1, "T1"
30 PRINT #1, "X1,100.9" :PRINT #1, "M 400,200"
40 PRINT #1, "X0,100.12"
50 PRINT #1, "M 300,1000" :PRINT #1, "S4" :PRINT #1, "G1"
60 PRINT #1, "P Pw/c=2" :PRINT #1, "G0"
65 A2=0
70 FOR A1=200 TO 1400 STEP 100
80 PRINT #1, "M 300,1A1"
90 PRINT #1, "P 1A2 :A2=A2+1"
100 NEXT A1
110 A2=0
120 FOR A1=400 TO 1300 STEP 100
130 PRINT #1, "M 1A1 :125"
140 PRINT #1, "P 1A2 :A2=A2+1"
150 NEXT A1
160 PRINT #1, "M 1200,30" :PRINT #1, "S4"
170 PRINT #1, "P Vw/c=2"
180 PRINT #1, "M 500,1350"
190 PRINT #1, "P LIENARD'S METHOD"
200
210 DIM A(20),B(20),C(20)
220 FOR E=1 TO 20
230 INPUT "a,b,c=" :A(E),B(E),C(E)
240 IF E=1 THEN 1000
250 IF B(E)=0 THEN 4000
260 IF B(E)=A(E)-1 THEN 1300
1000 PRINT #1, "M 400,200"
1010 FOR V1=0 TO 9 STEP .01
1020 VS=V1/C(E)-.4
1030 IF V1>.4/C(E) THEN 1030
1040 F2=-4./A1+.4/V5-2+.2 :GOTO 1040
1050 F2=.05+(VS-.4)/(VS-2)+(VS+2)+5
1060 X=INT(400+100*V1)
1070 Y=INT(200+100*F2)
1080 IF X>1400 OR Y>1300 THEN 1300
1090 PRINT #1, "D 1X :1Y"
1100 NEXT V1
1200
1300 IF A(E)=A(E-1) AND B(E)=B(E-1) AND C(E)=C(E-1) THEN 3000
1310
2000 FOR V1=0 TO 9 STEP .03
2010 F1=-A(E)*V1/C(E)+B(E)
2020 IF F1<0 THEN 2300
2030 X=INT(400+100*V1)
2040 Y=INT(200+100*F1)
2050 IF Y<0 THEN 2070
2060 PRINT #1, "M 1X :1Y"
2070 PRINT #1, "D 1X :1Y"
2080 NEXT V1
2090
2300 S=S+1
2310 S1=450+30*S
2320 PRINT #1, "M 400,1S1"
2330 PRINT #1, "G0" :PRINT #1, "S4"
2340 PRINT #1, "P DATA a,b,c=" :A(E),B(E),C(E) :PRINT #1, "MKE"
2350
3000 INPUT "V0,P0=" :V0,P0
3010 P=P0 :V=V0
3020 INPUT "B=" :B
3030 IF B=0 THEN 3300
3040 X0=INT(400+100*V) :Y0=INT(200+100*P)
3050 PRINT #1, "M 1X0 :1Y0"
3060 FOR M=0 TO 300
3070 VS=V/C(E)-.4
3080 Q2=B(E)-P1/A(E)+C(E) :D=V+Q2
3090 IF V>.4/C(E) THEN 3110
3100 Q2=-4./A1+.4/V5-2+.2 :GOTO 3115
3110 Q2=.05+(VS-.4)/(VS-2)+(VS+2)+5
3115 D=V+Q2
3120 D=ATN(ABS(D/P))
3130 X1=X0+D/COS(D) :Y1=Y0+D/SIN(D)
3140 Y1=INT(900+100*X1) :YD=INT(800+100*Y1)
3150 IF D<0 AND D<0 THEN 3200
3160 IF D<0 AND D<0 THEN 3200
3170 IF D<0 AND D<0 THEN 3200
3180 IF D<0 AND D<0 THEN 3200
3190 V=X1 :P=Y1 :GOTO 3220
3200 V=X2 :P=Y1 :GOTO 3220
3210 V=X2 :P=Y2 :GOTO 3220
3220 V=X1 :P=Y2
3230 X=INT(400+100*V)
3240 Y=INT(200+100*P)
3250 IF Y<0 OR Y>1300 THEN 3000
3260 PRINT #1, "D 1X :1Y"
3270 PRINT "V,P,Q,M"
3280 NEXT M
3290 PRINT #1, "M"
3300 PRINT "E=1 1A 07 3177 77A."
3310 PRINT "E=2 2A 777 77 77A."
3320 PRINT "E=3 3A 77 77 77A."
3330 INPUT G
3340 ON G GOTO 3000,3040,3500
3350 PRINT #1, "M"
3360 NEXT E
3400
4000 C= "Liennard's"
4010 PRINT #1, "S3"
4020 PRINT #1, "M 800,230"
4030 PRINT #1, "P F1= "
4040 PRINT #1, "M 800,230"
4050 PRINT #1, "P 1C"
4060 PRINT #1, "M 800,230"
4070 PRINT #1, "P Pw/c=2"
4080
4300 PRINT #1, "M 1000,1180"
4310 PRINT #1, "P Assumed function"
4320 PRINT #1, "M 1000,1000"
4330 PRINT #1, "P 1C"
4340 PRINT #1, "M"
5000 END

```

```

10 OPEN "CON:E72XS" FOR OUTPUT AS #1
20 PRINT #1, "M 400,200" :PRINT #1, "T1"
30 PRINT #1, "X1,100.10" :PRINT #1, "M 400,200"
40 PRINT #1, "X0,100.12" :PRINT #1, "S3"
50 A2=-4
60 FOR A1=200 TO 1400 STEP 100
70 PRINT #1, "M 300,1A1"
80 PRINT #1, "P 1A2 :A2=A2+1"
90 NEXT A1
100 A2=-5
110 FOR A1=400 TO 1400 STEP 100
120 PRINT #1, "M 1A1 :125"
130 PRINT #1, "P 1A2 :A2=A2+1"
140 NEXT A1
150 PRINT #1, "M 900,200" :PRINT #1, "X0,100.12"
160 PRINT #1, "M 400,800" :PRINT #1, "X1,100.10"
170 PRINT #1, "M 400,1400" :PRINT #1, "D 1400,1400,1400,200"
180 PRINT #1, "M 1300,900"
190 PRINT #1, "P X"
200 PRINT #1, "M 970,1300"
210 PRINT #1, "P X" :PRINT #1, "S1"
220 PRINT #1, "R 20,30"
230 PRINT #1, "M5" :PRINT #1, "S5"
240 PRINT #1, "M 450,1630"
250 PRINT #1, "P WSN DER POL"
260 PRINT #1, "M 400,1350" :PRINT #1, "S3"
270 PRINT #1, "P X-E=(1-2*B*X-X*X)+X*X=0"
280 PRINT #1, "R -630,50"
290 PRINT #1, "S1"
300 PRINT #1, "M5"
310 PRINT #1, "R 13.8"
320 PRINT #1, "M5"
330 PRINT #1, "R 501.8"
340 PRINT #1, "M5"
350 PRINT #1, "M"
360
370 INPUT "E,B=" :E,B
380 PRINT #1, "S3"
390 PRINT #1, "M 350,1500"
400 PRINT #1, "P DATA E,B=" :E,B
410 PRINT #1, "M"
420 INPUT "X0,Y0,R=" :X0,Y0,R
425 X=X0 :Y=Y0
430 FOR M=0 TO 600
440 IF X<0 AND Y=0 THEN Y=-R :GOTO 500
450 IF X>0 AND Y=0 THEN Y=R :GOTO 500
460 K=E*(1-2*B*X-X*X)-X/X
470 D=ATN(K)
480 IF Y>0 THEN X=X+R*COS(D) :Y=Y+R*SIN(D) :GOTO 500
490 X=X-R*COS(D) :Y=Y-R*SIN(D)
500 X0=INT(900+100*X) :YD=INT(800+100*Y)
510 IF X0>400 AND X0<2000 THEN 540
520 PRINT #1, "M 1X0 :1YD"
530 GOTO 570
540 IF M<0 THEN 540
550 PRINT #1, "M 1X0 :1YD"
560 PRINT #1, "D 1X0 :1YD"
570 PRINT "X,Y,X,Q,N"
580 NEXT M
590 PRINT #1, "M"
600 PRINT "1A 777 77 77A. 2A 77 77 77A. 3A 77A."
610 INPUT G
620 ON G GOTO 430,420,430
630 PRINT #1, "M"
640 END

```

付録2 ファンデルポールの解曲線を求めるためのプログラム

附録1 非線形微分方程式の解曲線を求めるプログラム

```

10 OPEN "CON:E72X5" FOR OUTPUT AS #1
20 PRINT #1,"N 400,200" :PRINT #1,"T1"
30 PRINT #1,"X1,100,10" :PRINT #1,"M 400,200"
40 PRINT #1,"X0,100,12" :PRINT #1,"S3"
50 A2=-4
60 FOR A1=200 TO 1400 STEP 100
70 PRINT #1,"N 300," :A1
80 PRINT #1,"P" :A2 :A2=A2+1
90 NEXT A1
100 A2=-5
110 FOR A1=400 TO 1400 STEP 100
120 PRINT #1,"M" :A1 :".125"
130 PRINT #1,"P" :A2 :A2=A2+1
140 NEXT A1
150 PRINT #1,"N 900,200" :PRINT #1,"X0,100,12"
160 PRINT #1,"N 400,800" :PRINT #1,"X1,100,10"
170 PRINT #1,"P X" :PRINT #1,"S1"
180 PRINT #1,"N 1300,800"
190 PRINT #1,"P X" :PRINT #1,"S1"
200 PRINT #1,"N 870,1300"
210 PRINT #1,"P X" :PRINT #1,"S1"
220 PRINT #1,"N 20,30"
230 PRINT #1,"N 5" :PRINT #1,"S3"
240 PRINT #1,"N 650,1630"
250 PRINT #1,"P VAN DER POL" :PRINT #1,"S3"
260 PRINT #1,"N 400,1550" :PRINT #1,"S3"
270 PRINT #1,"P X=5*(1-2*cos(X-X0))X=X0"
280 PRINT #1,"N 450,30"
290 PRINT #1,"S1"
300 PRINT #1,"N 5"
310 PRINT #1,"R 12,0"
320 PRINT #1,"N 5"
330 PRINT #1,"R 501,0"
340 PRINT #1,"N 5"
350 PRINT #1,"M"
360
370 INPUT "E,B=" :E,B
380 PRINT #1,"S3"
390 PRINT #1,"N 550,1500"
400 PRINT #1,"P DATA:E,B=" :E,"" :B
410 PRINT #1,"M"
420 INPUT "X0,Y0,R=" :X0,Y0,R
425 X=X0 :Y=Y0
430 FOR N=0 TO 400
440 IF X<=0 AND Y=0 THEN Y=-R :GOTO 500
450 IF X>0 AND Y=0 THEN Y=R :GOTO 500
460 K=E*(1-2*cos(X-X0))-X/Y
470 O=ATN(K)
480 IF Y>0 THEN X=X+R*cos(O) :Y=Y+R*sin(O) :GOTO 500
490 X=X-R*cos(O) :Y=Y-R*sin(O)
500 X0=INT(900+100*X) :Y0=INT(800+100*Y)
510 IF X0=400 AND X0<2000 THEN 540
520 PRINT #1,"N" :X0 :".":Y0
530 GOTO 570
540 IF K<0 THEN 540
550 PRINT #1,"M" :X0 :".":Y0
560 PRINT #1,"D" :X0 :".":Y0
570 PRINT #1,"X,Y,K,O,N"
580 NEXT N
590 PRINT #1,"M"
600 PRINT #1,"A Y/77 77 77. 2A 77 77. 3A 77.7"
610 INPUT G
620 ON G GOTO 430,420,630
630 PRINT #1,"M"
640 END

```

附録3 解曲線を求めるためのプログラム

"EXAMP7"

```

10 OPEN "CON:E72X5" FOR OUTPUT AS #1
20 INPUT "A=" :A
30 IF A=0 THEN 50
40 IF A=1 THEN 200
50 PRINT #1,"T1" :PRINT #1,"N 200,1000"
60 PRINT #1,"X1,200,7" :PRINT #1,"M 1000,200"
70 PRINT #1,"X0,200,7"
80 PRINT #1,"S3"
90
100 FOR A0=-4 TO 3 :A1=200+A0+1000 :PRINT #1,"N" :A1 :".930"
110 PRINT #1,"P" :A0 :NEXT A0
120
130 FOR B0=-4 TO 3 :B1=200+B0+1000 :PRINT #1,"N 950," :B1
140 PRINT #1,"P" :B0 :NEXT B0 :PRINT #1,"N 600+1000,-200*(-2.6)+1000"
150
160 FOR Y1=-2.6 TO .4 STEP .1 :X0=-1*(Y1+1)^3-1
170 X=INT(200+X0+1000) :Y=INT(200+Y1+1000)
180 IF Y1<-2.6 THEN 200
190 PRINT #1,"M" :X :".":Y
200 PRINT #1,"D" :X :".":Y :NEXT Y1
210
220 FOR X1=-2.6 TO .4 STEP .1 :Y0=-1*(X1+1)^3-1
230 X=INT(200+X1+1000) :Y=INT(200+Y0+1000)
240 IF X1<-2.6 THEN 260
250 PRINT #1,"M" :X :".":Y
260 PRINT #1,"D" :X :".":Y :NEXT X1
270
280 INPUT "X0,Y0,R=" :X0,Y0,R
290 PRINT #1,"M" :X0 :".":Y0 :".":R
300 X1=X0 :Y1=Y0
310 FOR N=0 TO 1000
320 DY=X1+(Y1+1)^3+1 :DX=Y1-(X1+1)^3+1
330 T=DX/DY
340 O=ATN(ABS(-1/T))
350 X2=X1+R*cos(O) :X3=X1-R*cos(O)
360 Y2=Y1+R*sin(O) :Y3=Y1-R*sin(O)
370 IF DX<0 AND DY<0 THEN 420
380 IF DX<0 AND DY<0 THEN 430
390 IF DX<0 AND DY<0 THEN 410
400 X1=X2 :Y1=Y2 :GOTO 440
410 X1=X2 :Y1=Y3 :GOTO 470
420 X1=X3 :Y1=Y2 :GOTO 450
430 X1=X3 :Y1=Y3 :GOTO 460
440 X0=INT(X2+200+1000) :Y0=INT(Y2+200+1000) :GOTO 480
450 X0=INT(X3+200+1000) :Y0=INT(Y3+200+1000) :GOTO 480
460 X0=INT(X2+200+1000) :Y0=INT(Y3+200+1000) :GOTO 480
470 X0=INT(X3+200+1000) :Y0=INT(Y2+200+1000) :GOTO 480
480 IF K<0 THEN 500
490 PRINT #1,"M" :X0 :".":Y0
500 PRINT #1,"D" :X0 :".":Y0
510 NEXT N
520 END

```

附録4 解曲線を求めるプログラム(1)

```

"EXAMP6"
30 OPEN "COM:E72XS" FOR OUTPUT AS #1
31 INPUT "A=" :A
32 IF A=0 THEN 20
33 IF A=1 THEN 250
20 PRINT #1,"T1." :PRINT #1,"M 200,1000."
30 PRINT #1,"X1,200.7." :PRINT #1,"M 1000,200."
40 PRINT #1,"X0,200.7."
50 PRINT #1,"S3."
60
70 FOR A0=-4 TO 3 :A1=200+A0+1000 :PRINT #1,"M":A1:".950."
80 PRINT #1,"P":A0 :NEXT A0
90
100 FOR B0=-4 TO 3 :B1=200+B0+1000 :PRINT #1,"M 950." :B1
110 PRINT #1,"P":B0 :NEXT B0 :PRINT #1,"M 600+1000,-200=(-2.6)+1000."
120
130 FOR Y1=-2.6 TO .4 STEP .1 :X3=-1*(Y1+1)^3-1
140 X=INT(200+X1+1000) :Y=INT(200+Y1+1000)
150 IF Y1<-.2.6 THEN 170
160 PRINT #1,"M":X:".":Y
170 PRINT #1,"D":X:".":Y :NEXT Y1
180
200 FOR X1=-2.6 TO .4 STEP .1 :Y3=-1*(X1+1)^3-1
210 X=INT(200+X1+1000) :Y=INT(200+Y3+1000)
220 IF X1<-.2.6 THEN 220
230 PRINT #1,"M":X:".":Y
240 PRINT #1,"D":X:".":Y :NEXT X1
250
250 INPUT "X0,Y0,R=":X0,Y0,R
255 PRINT #1,"M":X0:".":Y0:".":R
260 X1=X0 :Y1=Y0
270 FOR N=0 TO 1000
280 DY=Y1+(X1+1)^3+1 :DX=X1+(Y1+1)^3+1
290 T=DY/DX
300 D=ATN(ABS(-1/T))
310 X2=X1+R*COS(D) :X3=X1-R*COS(D)
320 Y2=Y1+R*SIN(D) :Y3=Y1-R*SIN(D)
330 IF DX>0 AND DY>0 THEN 390
340 IF DX<0 AND DY<0 THEN 380
350 IF X1<-2 OR (X1>1 AND X1<0) THEN 370
360 IF (X1>2 AND X1<-1) OR X1>0 THEN 400
370 X1=X2 :Y1=Y2 :GOTO 410
380 X1=X3 :Y1=Y3 :GOTO 440
390 X1=X3 :Y1=Y2 :GOTO 420
400 X1=X2 :Y1=Y3 :GOTO 430
410 X1=INT(X2+200+1000) :Y1=INT(Y2+200+1000) :GOTO 450
420 X1=INT(X3+200+1000) :Y1=INT(Y2+200+1000) :GOTO 450
430 X1=INT(X3+200+1000) :Y1=INT(Y3+200+1000) :GOTO 450
440 X1=INT(X2+200+1000) :Y1=INT(Y3+200+1000) :GOTO 450
450 IF N<0 THEN 470
460 PRINT #1,"M":X1:".":Y1
470 PRINT #1,"D":X1:".":Y1
480 NEXT N
500 END

```

附録5 解曲線を求めるプログラム(2)

On Using of the Personal Computer to Determining of the Integral Curves in the Nonlinear Systems

Nobutaka HORITA. Takayuki NAKAGAWA

This report is explained to the method wich is described integral curves of the equations of motion in the nonlinear systems, and constructed the figures of these curves on the phase plane.

〔英文和訳〕

非線形システムにおける積分曲線決定に関するパーソナルコンピュータの利用について

堀 田 之 孝, 中 川 孝 之

この報告は、非線形システムにおける運動方程式の積分曲線を描く方法の説明がされ、そして位相面上にこれらの作図した図が示されている。

(1983年10月31日受理)